

DOI: 10.16750/j.adge.2022.03.004

从科学思维规律的角度谈研究生的科学思维训练

陈建兵

摘要: 科学思维训练是研究生培养的重要环节之一。从科学技术体系演化的基本特征论述了科学思维训练的必要性。阐述了科学研究中形象思维与逻辑思维交相作用的基本过程。进而,分别讨论了形象思维和逻辑思维的基本特征,重点阐述了形象思维对创新性研究的主导性作用,论述了它们对研究生科学思维训练的主要启示。认为应促进研究生在学习与科研过程中认识科学思维规律并加以训练,高度重视和促进形象思维能力的训练,充分利用抽象结果的再形象化以实现对科学知识的真正掌握,并从认识逻辑思维的基本特征来增强学习高深知识的信心。

关键词: 科学思维; 形象思维; 逻辑思维; 再形象化; 思维势; 创新性研究

作者简介: 陈建兵, 同济大学土木工程学院教授, 土木工程防灾国家重点实验室副主任, 上海 200092。

研究生教育是我国培养创新性人才、实现创新引领与人才强国战略的重要环节。在研究生课程教学、导师指导、课题研究过程中,对现代科学技术体系实现一定程度的宏观把握,在此基础上重点认识科学发展史中科学思维的关键作用,体会形象思维与逻辑思维的基本特征及在科学研究中的交互作用规律,从而更加自觉地在知识学习与科学研究中训练科学思维能力,具有重要的意义。

一、科学技术体系演化过程中专门化与统一化的对立统一

科学技术体系是随着人类社会生产的发展而产生和发展的。近代以来,科学技术体系的深入与拓展过程中显现的重要特点之一,是学科门类的日益专门化趋势。据说,来自于日语的“科学”一词其日本创译者本来试图表示“分科之学”的意思。从大的背景来看,正如人类社会发展过程中的几次社会大分工一样,科学的日益专门化是人类因应社会生产与科学技术体系的日益复杂与人类大脑的机能本身受到的物质性约束这一对矛盾运动的必然结果

——尽管历代的人们对于过于狭窄的研究和知识都表现出高度的警惕。从中国古代的“君子不器”到人们感叹一百多年前的庞加莱是数学界的最后全才^①,都深蕴着这一警惕甚至无奈。另一方面,正如大数学家希尔伯特 1900 年在巴黎举行的第二届国际数学家大会上的报告所指出的:科学体系的发展还存在另一个趋势,这就是各个分支学科中不断发现和建立相互之间的内在联系,从而相互贯通,形成层次更高、更抽象、但同时也更简单、并提供更有力工具的新的整体^[1]。希尔伯特在一百多年前做出的论断,后来不断得到数学乃至整个科学发展实践的证实、丰富与完善。现代大数学家华罗庚、阿蒂亚都特别强调数学的统一性^[2]。事实上,不仅是数学,整个现代科学技术体系也是如此。钱学森先生指出,现代科学技术体系是一个有机统一体,包括了数学科学、物理科学、自然科学、思维科学、文学艺术等十一大门类,具有基础科学、技术科学、应用技术的层次结构和起指导作用的哲学^[3]。从这一角度看,科学技术体系的演化过程,就是专门化与统一化的矛盾运动过程。

^①实际上,稍后的德国数学家希尔伯特(1862—1943)和苏联数学家柯尔莫哥洛夫(1903—1986)也完全够得上称为数学界的全才。

随着现代科学技术体系变得日益庞大而错综复杂,百科全书式学者的时代一去不返了。对于个人来说,不仅试图掌握现代科学技术体系的全部内容已经不可能,就是完全掌握现代科学技术体系中的一个门类乃至一个分支学科的全部或大部内容,也已经几乎不可能了。这当然要求现代科学技术研究的组织方式发生根本性的变革,形成有组织科研与自由探索有机结合的格局。面对上述基本特征和趋势,作为单个人的科技工作者,如何更好地掌握科学技术知识、如何更好地发展科学技术体系,即如何更高效地学习、如何更高质地研究?掌握科学思维、有意识地遵循并能动地利用科学思维规律,正变得日益重要。

研究生阶段是实现从科研新手到科研生力军的转变、从而在未来成长为从事科学研究主力军的关键阶段,因而,促进研究生认识科学思维的规律并训练符合自身特征的科学思维方法,是研究生能力培养中的核心目标之一。

二、科学思维的基本过程

思维科学的发展是随着人类社会生产的发展而发展的^[4]。在从猿到人的转变过程中,人类就逐步积累了关于思维基本特征的若干感性认识。人们早就意识到,存在形象思维与逻辑思维(抽象思维)两类基本思维模式^[3]。然而,对于这两类思维方式在科学研究中发生作用的具体过程,则依然不够清晰。直到今天,人们往往仍然笼统地认为,由于各个不同学科门类与分支自身特点的不同,两类不同思维方式在不同学科的科学过程中起作用的方式和程度都还存在显著的差别,以为在数学、物理和自然科学中逻辑思维更重要,而在文学艺术创作中形象思维的作用更突出。其实,这不过是从科学思维所获得的结果的表现形式得到的表面观感而已。的确,在自然科学研究中,获得的结果往往以逻辑结构的形式表达,而在文学艺术作品中则往往以形象的方式展现。科学思维结果的表现形式在很大程度上掩盖了科学思维过程的实质。就是科学家

本身往往也难以准确地描述,更难有效地把握自己的科学思维过程,正如优秀的文学家不一定能够成为高明的文艺理论家一样。科学家在科学思维方面的只言片语,虽然不乏真知灼见,但也常常给人“羚羊挂角、无迹可求”的莫测高深之感,甚至有些无意或有意的神秘化成分。事实上,就获得科学结果的思维过程而言,两类思维方式虽然看似截然不同,实际上相辅相成、缺一不可,共同形成科学思维的完整链条。其中,形象思维主要起到“提出猜想”的创造性工作的作用,而逻辑思维主要起到“论证猜想”的正确性确认的作用。这两类思维的密切配合,使得科学技术体系能够既不断发展、又随时巩固,从而行稳致远。这是在每一个门类或分支学科中科学思维的共同特征。

在认识世界的过程中,人们一般先在实践中积累了一些甚至是大量的基本素材与经验;经过去伪存真、去粗取精的整理和由表及里、由此及彼的考察^[5],然后人们“突然间”“似乎”看到了某种关系、规律或共性特征,因而提出某种猜想;这些猜想经过更多的具体例证“看起来”是正确的,于是人们努力加以论证,通过推理过程(有时是十分艰苦的),最后对猜想进行了证明或者推翻了猜想(否认)。这就形成了一个完整的认识螺旋,实现了感性认识向理性认识的飞跃^[5]。从思维的角度来看,人们积累基本经验和事实,并从经验和事实中通过有意识或无意识的对比、分类,尽可能条分缕析,在这一阶段以想象力为主的形象思维与以理性推理为主的逻辑思维是混同一起发生作用的。这里,将起初是完全个体化、形象化的经验和事实首先形成初步的、一般还是碎片化的、甚至是模糊的某种图景(这是从初级形象到初级抽象化的第一步,其结果则是略高一层级的图景化,实际上是一种抽象之后的新的形象化),是通过对比和分类等逻辑思维途径寻找共性特征的必要前提。到这里为止,形象思维与逻辑思维并非泾渭分明,而是十分紧密、水乳交融地结合在一起发生作用。这是第一步。在此基础上,由于较多甚至大量的原始数据、经验和事实的初步形

象一抽象化处理及其反复对比、酝酿，人们往往豁然开朗，突然之间感觉“找到”或“看到”了一些共同的特征或一个崭新的统一图景。这里常常有一个思维的跳跃，这一跳跃的过程，使得人们一下子“看到”了某种共同的特征或规律。从研究者自身的感受来看，这一结果的突然出现往往是直觉的、形象化的、跳跃性的，即突然之间“看到了某种新的图景”^①。这一“新的图景”，可以称为“猜想”。它是关于某种规律的一个完整的陈述。这是第二步。想象力或洞察力、即形象思维在这一部分中起主导作用。获得这一“猜想”之后，主要任务变为通过理性推理论证这一猜想，要将第二步的跳跃中省略了的逻辑推理步骤补上。这一过程本质上也是形象思维和逻辑思维的变奏曲，但以逻辑思维为主，通过逻辑步骤、无跳跃地对上述猜想进行证明。朱光潜先生用射箭比喻作文中的运思。这里在第二步中通过形象思维获得的结果是悬出了一个鹄的，第三步是要射中这个鹄的。射中鹄的过程，当然需要瞄准、力度等精准的掌握。这是逻辑思维为主的过程。如果能够完整地证明第二步给出的猜想^②，也就是射中了鹄的，这一个认识螺旋就圆满完成了^③。在这一过程中，也可能通过逻辑推理发现先前的猜想是不正确的，这时人们可能重新回到第二步的起点，提出修正，甚至提出完全新的猜想，然后进入第三步，努力证明新的猜想。

由此可见，一个完整认识螺旋中的科学思维过程，大体上可以概括为“形象 \otimes 抽象 \rightarrow 形象 \rightarrow 抽象”三部曲^④。科学研究的过程并不止步于这样一个完整的三部曲认识螺旋。事实上，一个层级的完整认识螺旋的完成，即新的猜想经过抽象思维，采用严密

的逻辑推理已经得到充分的论证而成为准确的概念，或经过完全的证明而成为定理。这一层级的概念和定理，从其形态来看，是该层级的基础数据和经验事实提炼与抽象的结果，因而在当前基本数据和经验事实所占有的范围之内具有最高的抽象性和最大的概括性。同样，可能在与之不重叠或部分重叠的别的范围之内产生的数据和经验事实也可以完成一个层级的循环。所有这一层级的“概念和定理”作为抽象的结果，这时将成为一个新的更高层级的“基本数据和素材”，因而可在高一级对这些“低一级”的抽象化结果进行新的形象化，即再形象化，从而开始高一级的“形象 \otimes 抽象 \rightarrow 形象 \rightarrow 抽象”认识螺旋三部曲。

抽象结果在更高层级的再形象化是至关重要的，尽管初看起来似显神秘，但实际例子比比皆是。例如，在平面几何中我们常在纸面上画三角形，认为这有助于从直觉上形象地理解问题。实际上纸面上的“三角形”已经是客观世界中形似三角形的实物的抽象化结果。而在 Hilbert 空间中，人们常常通过三维空间中的示意图来理解无穷维抽象空间中的结果，而给出其“直观的几何意义”，以助于人们的理解。可见，抽象结果的再形象化在本质上与形象化对象的抽象化是一样自然的过程。当然，这里的低一级和高一级都是相对于当前的“形象 \otimes 抽象 \rightarrow 形象 \rightarrow 抽象”认识螺旋层级而言的，不是绝对的。在一个认识螺旋中的低一级，可能在别的认识螺旋中属于高一级。因而，这里的层级结构本质上是交错式、网络式的，而不是简单的矩阵式、阶梯式的。从思维过程的角度看，科学技术的发展就是上述不同层级“形象 \otimes 抽象 \rightarrow 形象 \rightarrow 抽象”三

①这一“新的图景”起初可能还不是十分清晰的，往往会随着进一步研究而进一步清晰化。

②这一过程可能是十分漫长的。例如经过近 360 年人们才最终于 1995 年证明了大约 1637 年提出的 Fermat 大定理；而哥德巴赫猜想于 1742 年提出已近 280 年，仍然没有得到完全证明，我国数学家陈景润（1933—1996）于 1966 年证明的“1+2”是迄今为止最好的结果。

③这里的“证明”或“逻辑证明”在不同学科中有不同的表现形式，包括理论与试验等不同手段。在数学中，就是“逻辑证明”。在物理学、生命科学或化学中，也可能指精心设计实验加以证明（这一过程中逻辑推理也是论证的基础）。例如，迈克尔逊-莫雷实验对以太的彻底否定和吴健雄通过精心设计的实验对杨振宁与李政道提出的宇称不守恒理论的证明是物理学史上著名的例子。

④早在 1999 年，李杰院士在同济大学组织的研究生报告会上就指出，科学研究的过程是理性与非理性思维的变奏曲，实际上也就是形象思维与逻辑思维的变奏曲。

部曲的网络式扩展、螺旋式递进过程。因而，没有创造性的形象思维，科学就难以大踏步前进；没有强有力的逻辑思维，科学就难以巩固发展。

不仅从自然科学史考察，上述科学思维的认识螺旋三部曲是如此，就是文学艺术领域的创作过程，即文学艺术中的思维过程，也概莫能外。这正是认识论中从感性认识到理性认识的飞跃，并不断螺旋式发展和上升这一过程中思维方式发生作用的实现过程^[5]。

值得强调的是，在科学研究尤其是自然科学研究中，逻辑思维的重要性是毫无疑问的，因而历来在世界各地从小学到大学的各级学校教育中得到高度重视。但形象思维这一科学思维武器库中的另一利器，其重要性特别是在创造性研究中的核心作用，则远未得到应有的认识，因而下文对此进一步阐述。

三、科学思维的基本特征

前面已经谈到，科学思维的主要形式包括两类：形象思维与逻辑思维（逻辑思维就是抽象思维）。两类思维形式各自具有显著的特点。由于这些特点，大体上可以说，形象思维的主要作用是发现、拓展，逻辑思维的主要作用是整理、巩固。显然，这二者对现代科学技术体系的发展是缺一不可的。掌握这些特点并能动地应用它们，不仅可对科学研究进程产生重要的积极作用，即使对于不从事科学研究或技术开发、而主要是应用科学技术成果的人来说，仅仅就高效率、高质量地学习和掌握科学知识体系而言，也是大有裨益的。

1. 形象思维的基本特征

形象思维与想象力密切相关。初看起来，形象思维是比较初级的，即使没有受过科学训练的人，都或多或少具有想象力，因而具有一定的形象思维能力。然而稍加分析就会发现，就提升到思维方式之一的形象思维来说，事情远没有这么简单。形象

思维最重要的特征是跳跃性和不定性。人们常常感觉获得某些猜想的过程并非遵循逻辑或理性的步骤一步一步地达成，而是突然跳跃式地直接“看到”某种初看起来感觉颇为不可思议的结果。在科学发展过程中，人们往往惊叹于科学大师们高度的洞察力对解决科学问题、特别是方向性指引的重大作用。这样的跳跃性思维过程具有很大的不确定性，其内在的运行规律似乎难以把握。

今天人们对于形象思维已经具有更多的理解和认识。事实上，形象思维过程中人脑的意识或潜意识均参与了活动，甚至潜意识参与活动的时间更长。一般来讲，跳跃性的形象思维过程是：人们在显意识状态下通过初级的形象 \otimes 抽象过程，将原始数据和经验事实等转化为某些图景。这些图景可能还是模糊的、碎片化的。然后，无论在有意识还是潜意识情况下，人脑将这些图景以及自己原有经验中的其他图景放在一起，进行自觉或不自觉、主动或自动的组合。如果在一段时间内人们高度集中地思考某个问题，那么这段时间中潜意识的大部分时间与能量可能也集中用于与该问题相关的图景的组合、联网等处理。这些图景的大量组合、匹配、组网的过程不仅在显意识情况下，而且更重要的是在潜意识状态下也往往能够继续进行。虽然人们对此很难加以有意识的控制，也不能直接察觉其进展的细节情况，但有时人们能够朦胧地感觉到即将达到某种全新的认识或即将获得努力寻找的结果。这些大量的组合过程可能在某一时刻终于形成了一个网络的通路^①，或者形成了一幅新的具有意义的统一图景，这时这一信息立即触发了意识，从而人脑感觉“看”到了一个新的图景（猜想）。可见，形象化结果或图景的有意识或潜意识地组合，是形象思维的具体发生过程。

重要的是，形象思维不仅在显意识期间发生作用，而且在潜意识期间也发生作用。甚至从时间上来看，在潜意识里发生作用的时间可能更长。而且，

^①随机网络（随机图论）理论告诉我们，当网络中节点间的连接概率超过某个临界值，则几乎每一个随机图都是连通的。逾渗理论也给出了类似的结果。

有时人们在冥思苦想一段时间依然不能解决问题后，可以有意识地暂停思考这一问题而将注意力转向其他问题，即使这样，潜意识似乎存在“惯性”，往往依然不停止对原问题的“处理”。因此，人们常常出现当思考转向他处时原问题反而可能豁然开朗的情况。因为潜意识的过程是意识不能清晰察觉的，所以当形象思维达到某种结果或给出猜想的时候，往往给人以“突然意识到”某件事或“突然看到”一个新图景的感觉，因而看起来形象思维存在跳跃性。著名数学家 Erdős 多次说“我的大脑敞开了”，也许就是这样的状态。可以认为，存在一种思维势，即使在潜意识运行中思维势也在不断累积，当思维势达到某个阈值时，人们就会感觉“我的大脑敞开了”，正如电势在云层中不断积累，达到某个程度之后突然发生闪电现象一样。著名数学家阿达马认为，潜意识是影响发现的主要因素。庞加莱在旅行中正准备登上马车时刹那间发现了有关富克斯函数的重要内容，他将这一瞬间的发现解释为“长时间的先行研究在潜意识中发挥作用的表现”^[6]。现代脑科学的发展从多个角度为此提供了证据。例如，人们发现无论是在有意识或潜意识情况下，人脑确实都存在积极的电或化学活动过程，就像不断随机发生的闪电一样。事实上，即使在静息状态下，人脑也在一刻不停地消耗能量。尽管人脑的重量仅为体重的 2%，但其消耗的能量占全身能量消耗的 20%。然而，人在进行认知活动时所消耗的能量与原来消耗的能量相比，则仅增加 1%~2%，不超过 5%^[7]。

形象思维的过程总的来说都是跳跃的。在大部分情况下，跳跃的幅度不大，但在一些重大科学突破中，形象思维跳跃过程不仅突然，而且幅度很大，人们会感觉“梦笔生花”，“电光石火、如有神助”。这些现象往往被称为“灵感”，正如中国佛教禅宗中

的“顿悟”。事实上，即使对于大部分获得成功的结果来说，发现者本人也往往感觉这一跳跃过程是高度偶然、不可控制且难以复制的，因而自己也常常深感幸运。钱学森先生指出，灵感类似于复杂系统中的“涌现”现象，在本质上不过是形象思维的高度集中的表现形式之一。他叙述自己的研究经验，早年曾有灵感的感觉，后来由于更好地掌握了思维规律，灵感似乎减少了，但问题解决得更多、更好了。换言之，思维规律掌握得更好了^[3]，可以更能动地协调形象思维与逻辑思维，以及形象思维中显意识与潜意识的作用，从而提高研究和解决问题的效率与质量。

形象思维的另一个重要特性是不定性^①。首先，形象思维何时达到思维势的阈值而实现科学研究的突破是不确定的，形象思维过程中形象化图景的组合过程在显意识状态下可能方向性更明确（换言之，此时会有逻辑思维参与即时判断和指引），而在潜意识状态下则显然随机性更大。其次，形象思维跳跃性地达到的结果是否正确，是不确定的。由于形象思维的跳跃性，它存在从极大甚至无限种潜在可能图景中选择出合理图景的能力。当然，很有可能一次跳跃性选择的结果后来被证明为错误的。实际上这是绝大部分情况。人们常说，失败是成功之母，就是如此。这时，可以再次从极大或无限种可能中选择另一种可能正确的图景。这些不定性，是形象思维相对逻辑思维难以把握的主要原因。

科学大师的惊人洞察力就在于，虽然不能确保形象思维结果的正确性，但其正确的可能性较大^②。一般人形象思维中的跳跃过程可能比较接近均匀分布，因而其指向性不甚明显，而具有高度洞察力的科学大师其思维的跳跃可能是非均匀分布，指向正确方向的概率更大些。因而对于最终获得定理的过程而言，与直接通过逻辑步骤进行可能空间（可能

①朱光潜在《作文与运思》中说：一个意思的涌现，固然大半凭人力，也有时需碰机会。普通所谓“灵感”，虽然源于潜意识的酝酿，多少也含有机会的成分。

②即使对于具有高度洞察力与批判力的著名物理学家泡利，也曾经发生重大判断失误而导致向他咨询的某位科学家与重大发现失之交臂。

是无限空间或可能数量极大的空间,如概率论中的样本空间)中的完全遍历搜索相比,其效率往往极高。换句话说,与逻辑思维相比,形象思维能够直接跳跃多个逻辑步骤,而达于可能正确的结果,因而显著地提高了效率。诺贝尔化学奖获得者、日本科学家福井谦一也高度重视形象思维的这一种作用。他认为:“要从周围存在着的无限多的假定的道路中选出一条途径,并且设法沿此途径到达目的地,这意味着他能否把统治自然界的规律掌握在手中,所以这是一个重要的选择。有时选择了一条路后,又退了回来,再尝试另一条新路,这就是所谓的试错法。这些曲折都在所难免,但多次重复试错的话,则必须说选择的效率太低。因此,在这一选择过程中有科学的直觉参与了选择。”^[8]从这一意义上说,与人们常规认为逻辑思维是科学思维全过程的主要形式不同,形象思维才是科学技术研究中“创造性”思维的主要形式。不少著名科学家都高度重视想象力或形象思维在创造性研究中的关键作用。爱因斯坦认为:“在思考中发挥作用的要素,是某种自我生成、结合的形象。这种形象的总和游戏——早于由语言和符号的逻辑性结构的结合游戏——是创造性思考的本质特征。”^[6]在语言的学习中,人们充分认识到“语感”的重要性。日本著名数学家小平邦彦则认为,在数学研究中“数感”也是最重要的。他说数感近似于视觉,“能帮助我们省略逻辑推理这个过程,直接引导我们走向前方”^[6]。即使在极为抽象的公理化处理中,希尔伯特也强调:“在算术中,也像在几何学中一样,我们通常都不会循着推理的链条去追溯最初的公理。相反地,特别是在开始解决一个问题时,我们往往凭借对算术符号的性质的某种算术直觉,迅速地、不自觉地应用并不绝对可靠的公理组合。这种算术直觉在算术中是不可缺少的,就像在几何学中不能没有几何想象一样。”^[1]苏步青先生谈到数学研究与写诗,说“二者也有一点联系,这就是数学和旧体诗都十分重视想象和推

理的。有人说,数学是无声的音乐,无色的图画,对于诗岂不是也能这样说吗?”因此,“理工科的大学生搞点形象思维,读点诗词,对打开思路、活跃思想是很有好处的。”^[9]

从上面的潜意识与显意识相互作用模式来看,虽然由于存在不定性,人们很难直接控制形象思维特别是灵感触发的过程,看起来形象思维有如天马行空,但实际上并非无迹可寻。正如在概率论中,尽管单个事件的发生是随机的,但总体来说仍然有内在规律可循^①。要促进形象思维作用的强度,有几个基本的条件:①在一定时间内,创造条件使得形象思维的活跃程度增加。例如,在一段时间内集中精力研究某一个问题的,正如军事上的集中优势兵力而不是四面出击分散精力,可能使得形象思维特别是潜意识活动的集中度增加,从而加速了形象化图景的组合过程,导致思维势的持续增加。实际上,“头脑风暴”也是增加组合与连通的机会。逾参与随机网络理论表明,在超过某个阈值后会必然出现网络的通路。这或许可作为形象思维势导致突破性认识的某种理论基础。②较为广泛地扩大经验和知识储备基础,正如在语言学习中要获得良好的语感,首先要大量阅读和背诵一样。形象思维中需要寻找某种合理图景,不仅基于当前所研究问题中经过第一步形象 \otimes 抽象过程获得的图景,而且会纳入人脑此前已有的基本图库^[10],这些图库的大小,决定了可能搜索空间的大小和组合结果的可能性大小。如果大脑中已有的基本图库太小,正如“书到用时方恨少”,即使“搜肠刮肚”也难有所获,研究很难取得突破。不仅如此,识别这些图景的合理性,减少失之交臂的情况,也需要大脑中已经存在的基本图库尽可能大。因此,古人说“汝果欲学诗,功夫在诗外”,就是强调扩大基础,形成丰富的经验基础与广博的知识。③形象思维本身是跳跃性的,但形象思维的训练却不能一蹴而就,需要较长的时间进行充分的切、磋、琢、磨,形成一种独特的洞察力,

^①在概率论中,人们常常称之为“统计规律”,实际上是关于概率的确定性规律。人们对不确定性现象的处理,归根到底要采用确定性的方式来量化。

也就是直觉。这种直觉起作用的方式，可能类似于数学中的插值问题，是在对已有大量数据基本特征的总体把握基础上才能产生的。而且，基础数据的正确性决定了插值的效果。类似地，经验基础的丰富性和正确性，也是直觉正确性的基础。当然，正如插值的结果不能保证完全的正确性，特别是在外插时更是如此，直觉思维的结果也不能保证完全的正确性，但高度的洞察力可能使得通过直觉一跃而至的结果达到正确结果的可能性较大。从这一意义上，形象思维的训练或洞察力的训练，往往需要采用师徒传习式的训练，即在长期的共同工作（实践）中言传身教、耳濡目染是提升形象思维能力的手段，此外难有捷径可言。正因为如此，直到今天，对医生的训练（中医尤其如此）、对硕士生和博士生的培养，依然在本质上是采用师徒传习式培养为主的。而且，对师徒传习式培养模式贯彻得越好，往往效果越好。正如数十年前的民间木匠，通过师徒传习，可以尽得其艺。当他做工时，即使是以前未做过的器具，也往往不需要任何图纸即可完成。李政道先生多次回忆他的导师、诺贝尔奖获得者 Fermi 对学生的训练，特别是每周至少半天与学生的单独会面研讨，更是科学家培养中的生动实例^[11]。

2. 逻辑思维的基本特征

逻辑思维的首要特征是严密性。经过逻辑推理验证或证明的结论将真正成为科学技术体系的一部分，并成为新的发展的坚实基础。与形象思维不同，逻辑思维具有相对较为坚实的理论基础，就是逻辑学。无论是中国先秦时期的墨家的研究、公孙龙子和惠施“离坚白”“白马非马”的辩论、玄奘精研的“因明学”^[12]，还是古希腊亚里士多德撰写的《逻辑学》，都说明人类从古代以来就开始探索逻辑学，试图寻求逻辑思维的规律。笛卡尔和莱布尼兹更是戮力寻求思维过程的自动化。逻辑思维过程中需要遵循一套严密的规则，并认为只要遵循这一套严密的规则，就可以从理论上到达任何地点。当然，对人类有意义的逻辑过程还要求在有限步内到达目

标。20 世纪上半叶哥德尔石破天惊地发现了不完全性问题，即在一个逻辑体系内，总是存在我们知道应该是正确的、但在该逻辑体系内既不能证明也不能否证的命题^[13]。这一发现一度引起人们对于世界可认知性的新的震动，尽管余波绵延至今，但毋宁说这正是矛盾对立面运动的必然结果，而且从根本上说，是在逻辑学层次对“宿命论”的破除。

逻辑思维的第二个重要特征是抽象性，因此逻辑思维又被称为抽象思维。从具体问题中略去细枝末节，抓住主要特征，加以抽象化、量化、模型化和精确化，正是从感性认识向理性认识跃升过程中逻辑思维发挥的关键作用。由于略去了细节，仅仅保留了主要特征，所获得的模型变得更为抽象了。例如，在牛顿力学中，将实际有体积的物质点抽象化为没有体积的质点。在几何学中，将实际中有大小的点抽象为无大小的点，将实际中有粗细的线简化为无粗细的直线。希尔伯特甚至认为，可以用诸如“啤酒杯”“椅子”之类，而不必一定用“点”和“线”来称呼抽象化之后的数学对象而不影响其推理结果^[14]。正是由于逻辑思维的抽象性，其中的基本概念可以与不同领域的实际问题相对应，因此决定了逻辑思维结果的高度概括性、高度统一性和适用范围的广泛性。因而希尔伯特指出，更高层次的数学工具往往更抽象，但本质上更简单、更有力。

逻辑思维的第三个特点是渐进性或连续性。与形象思维不同，逻辑推理或证明的过程是不间断地、一个阶梯又一个阶梯地前进，其过程是不跳跃的^①。因而，逻辑思维的过程本质上是连续的。由于这一连续性，确保了逻辑思维结果的正确性。另一方面，正是由于逻辑的连续性，其过程本质上是可机械化或计算机化的^[15]。同时，这也意味着，如果纯粹采用逻辑思维，那么由一个出发点在第一个步骤可能引出的推论有多个，由其中每个推论出发可能达到的次级推论又可能多个，如此等等。由此可见，采用逻辑自动搜索可以到达的推论或结论数目将以

^①尽管在实际的论著中可能会省略一些中间步骤，但本质上都是可以完全补齐的。

指数形式迅速爆炸式增长。因而,试图以完全的逻辑思维及其机械化进行科学研究,即使不是不可能,其效率也将是极低的。反之,形象思维可以大大地提高效率,但形象思维结果的正确性不能得到保证。看来,在不扩大逻辑体系的情况下(没有新技术的情况下),效率与正确性是一对矛盾。

尽管如此,逻辑思维的力量是十分强大的。有时,仅由两到三个步骤的逻辑推理,即可获得完全意想不到的结果。换句话说,有时跳跃两到三步,即可获得初看起来难以想象的结果——但是,跳跃是形象思维的基本特征之一。这正是形象思维与逻辑思维这一对矛盾的同一性所在。例如,大数学家康托尔对超越数存在且不可数的证明就是一个典型的例子,不妨引述在这里^[16]。代数数是满足某一个代数方程 $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ 的数,其中 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ 都是整数。不是代数数的实数就是超越数。换言之,超越数是代数数之外的实数。为了证明超越数存在且不可数,只需要三个步骤。第一步证明:所有的代数数是可数的。Cantor 定义上述代数方程的高为 $N = n - 1 + |a_0| + |a_1| + \dots + |a_n|$, 是一个正整数。对于任意给定的高 N , 以 N 为高的代数方程是有限个。由于每个代数方程之解的个数是有限的,因此对于给定的高 N 的所有方程之解的代数数是有限的。由于高 N 只能取正整数,即 N 是可数的,因而上述形式的任意代数方程数目是可数的,从而其解、即代数数也是可数的。第二步证明:实数是不可数的。这一步可以通过反证法证明。若实数是可数的,则 $[0,1]$ 之间的实数是可数的。因此,可以采用十进制将每个实数列出来,记为 $0.a_{11}a_{12}a_{13}\dots, 0.a_{21}a_{22}a_{23}\dots$, 其中 a_{11} 等均为 0 到 9 之间的数字。现在,我们构造一个数 $0.b_{11}b_{22}b_{33}\dots$, 其中 $b_{11} \neq a_{11}, b_{22} \neq a_{22}, b_{33} \neq a_{33}, \dots$, 即其第一个小数位与第一个实数之第一个小数位不同,第二个小数位与第二个实数之第二个小数位不同,……。因此,该数与前述列表中的任意一个实数均不同。这与 $[0,1]$ 之间所有的实数均在上述列表中是矛盾的。换言之,实数是不可数的。由此导出第三步:

因为实数是不可数的,而代数数是可数的,因而必然存在超越数,且是不可数的。在这一证明步骤中,没有给出任何一个实际的超越数,而且只需要三个步骤就证明了超越数的存在性及其数目的无限性这一看似高度困难的结果。

逻辑思维的结果,不仅提供了坚实基础,而且由于对于细节的全面检视而极大地深化了对于问题本质的理解,因而往往在此过程中能进一步拓展原有领域和认识。

也是在这个意义上,迄今为止,计算机能够实现的主要是逻辑思维过程,尚不能实现形象思维过程。吴文俊指出:电子计算机“可以使得人们从某些逻辑推理的脑力劳动中解放出来,因而数学家得以把聪明才智更多地用到真正创造性的工作上去”。

“事实上数学作为脑力劳动机械化是在所有的脑力劳动机械化中最容易突破的,最容易成功的”,原因是“数学是非常严密的、精确的和简明的”^[17]。因此,只要计算机不能真正实现形象思维过程,就还谈不上“电脑超过人脑”的临界点问题。但是,超级计算与现代人工智能的发展的确将为人们的思维方式带来深刻的变革。科学家未来的新使命及其与计算机的新分工,必然要求科学家进一步在有意地掌握思维规律并灵活运用思维规律上进行新的飞跃。

由此可见,形象思维是跳跃的、不确定的、不精确的,逻辑思维是连续的、有章可循的、精确严密的。恰恰是这些对立面,在科学思维的实际过程中统一起来,形成丰富多彩的科学思维活动实践,推动波澜壮阔的科学技术发展过程。

四、从科学思维的过程与特征看研究生的科学思维训练

科学思维中形象思维与逻辑思维的变奏曲以及形象思维与逻辑思维各自的特征,对研究生在课程学习与科学研究实践中进行科学思维训练具有重要的指导意义。以下与前述科学思维规律与特征相对应,择要讨论几点。

1. 促进研究生在学习与科研过程中认识科学思维规律并加以训练

首先,课程教师和导师要努力引导和促进研究生在学习与科研过程中认识科学思维的规律性特征。很多研究生甚至不少有经验的科学研究工作者,也未能深入体会和认识科学思维的规律及其特征。对于科学思维的基本过程、两类科学思维的基本特征,教师或导师应在具体教学和指导研究生学习和研究过程中加以点拨、引导。在此方面,笔者的初步经验如下:

(1)在研究生课程教学和研究生论文研究指导中,充分结合科学史中具体生动的例子,随时加以阐发,引起研究生的兴趣,让他们有意识地研究和体会知识实际发生的过程,领悟科学家在创造知识过程中形象思维与抽象思维的变奏曲。例如,在研究生课程“地震工程学”教学中,对地震工程学大师 Housner 于 1947 年提出地震动白噪声模型到金井清谱的发展过程进行剖析是一个典型的例子。在 1947 年论文的第一段中, Housner 指出,就当时所能得到的全部 10 条地震动加速度记录而言,能够看到的最大的共同点就是它们都是高度不规则的,因而地震动加速度过程很可能是白噪声过程——这是形象思维的结果。他通过分析当时所有的 10 条记录的频谱,发现确实很难看出哪个频段能量占优——这是逻辑思维的结果。因而,他认为地震动加速度过程是白噪声随机过程。这是思维三部曲的第一个螺旋。后来,有更多的数据积累,经过了一系列深入研究,日本学者金井清于 1957 年提出场地过滤机制,1960 年日本学者田治建宏在此基础上提出新的功率谱模型。这是第二个思维三部曲螺旋,是对 Housner 模型的扬弃——保留了地震动是随机过程的认识,但摒弃了白噪声模型。

(2)在研究生科研工作指导和讨论中,随时注意在具体问题中对科学思维特征进行分析研讨。例如,我们在发展概率密度演化理论数值求解的点集优选策略中,曾于 2008 年前后提出了各维投影率应基本均衡这样的直观观念,并提出了点集旋转策略。

我们需要给出怎样的旋转角度为最优的理性判断准则?为此,进行该项研究的研究生先后进行了大量计算。在与研究生一起对大量分析计算数据与不断变换的不同方式展示的结果的一次又一次分析讨论中,有一次忽然感到一个概念,这就是数论方法中偏差概念的推广——这是形象思维给出的跳跃。然后,笔者又立即仔细阅读华罗庚与王元先生 1978 年出版的专著《数论在近似分析中的应用》(这本书此前笔者已经浏览过,并由此提出了选点的数论方法),给出了二维和一般维数情况下考虑赋得概率非均匀权重的 Koksma-Hlawka 公式的严格证明——这就是逻辑思维对形象思维结果的确认。尽管我们是从土木工程的需求出发研究这一问题的,这一结果于 2013 年在一个数学领域的国际期刊发表^[18]。通过与研究生在具体问题的研究、讨论的过程中使得他们获得良好的科学思维训练。从事该项研究工作的研究生张圣涵后来进一步深造,目前在一所国际著名大学任教。

(3)督促和指导研究生勤写札记。研究生在学习或研究过程中,应随时注意对学习知识进行总结;对研究过程中的具体进展,随时撰写小结性报告。由于要撰写学习札记,就需要将学习的零碎知识加以逻辑整理与精确表达;由于要撰写研究札记,就需要将灵感的一现(形象思维结果)及初步的研究结果加以系统化、逻辑化。这样,不仅在导师与研究生讨论过程中由于有札记为基本材料而言之有物,而且通过导师对札记进行修改和指导,使得研究生在具体的学习和研究札记撰写、讨论和修改过程中,逐步训练逻辑思维和严格的科学表达,逐步体会在此过程中对形象思维结果的严密化、巩固化作用。实践证明,这样的训练对研究生是大有裨益的。

2. 在学习与科研过程中高度重视和促进形象思维能力的训练

逻辑思维能力的训练得到广为重视,但对理工科研究生亟待加强形象思维能力的训练。因此,研究生的课程教师或导师要在此方面进行充分引导和

训练。第一，教师或导师要在具体课程教学或具体指导学生科学研究过程中引导学生充分认识到形象思维的重要作用，特别是作为创造性思维的关键角色。第二，要充分意识到形象思维的训练需要一个较长的时间，需要积累和酝酿思维势。形象思维的完成过程是跳跃性的、高效的。但是，形象思维的训练过程却不能跳跃，而必须脚踏实地，没有捷径可走。熟能生巧，其实就是通过大量的训练与实践而达于“再形象化”的过程。对逻辑思维的训练是有步骤的、不跳跃的。因此，尽管逻辑思维初看起来抽象，但实际上是较为容易掌握的，且能够以现代教育的大规模培训方式高效实现。这可能是为什么几乎所有较为成熟的教材都是以严整的逻辑体系来组织知识点的。但是，对逻辑体系的理解（即再形象化过程）是需要时间的，不能一蹴而就，不能急于求成。例如，一门 34 学时的课程安排在 17 个星期内完成，每周 2 个学时，比集中安排在 4 天、每天 8 到 9 个学时的实际效果要好。很重要的原因是因为有一个消化、理解的时间，这个时间实际上是充分发挥潜意识与形象思维作用的过程。古人说“读书切戒在慌忙，涵泳功夫兴味长”，确为真知灼见。很多人都有这样的体会，初看或初学起来很困难复杂的知识，往往经过一段时间就有豁然开朗、融会贯通的感觉。而且，第一遍学习感觉很困难的问题，往往在复习时就感觉容易多了。学而时习之，信不虛也。因此，系统的知识的学习过程是持久战，但是在持久战中，要高度重视“灵活机动的战略战术”，不能刻舟求剑，更不是迁延日月、无所作为。第三，由于上述特点，正如前面已经谈到的 Fermi 对李政道先生的培养，需要导师与研究生有较多的共同工作与较为充分的一对一、面对面交流讨论的时间。在这一过程中，不仅通过师生互动使研究生接受言传身教，以及“书不尽言、言不尽意”的直观感受，也需要导师的理性判断与节奏把握。

3. 充分利用抽象结果的再形象化，实现对科学知识的真正掌握

在科学技术体系的掌握与知识学习过程中，要

充分利用抽象结果的再形象化。只有形象化的理解，才是对科学知识真正的掌握，这样的知识才能在显意识乃至潜意识中自如地加以应用。著名数学家徐利治指出，当我们学习数学的理论、方法或定理时，怎样才算真正“弄懂”了呢？多数高明的数学教师和研究工作者都认为只有做到直观上懂了才算“真懂”^[19]。很多学生对此没有深入体会和认识，需要教师或导师结合具体实例加以阐发、引导。例如，在结构动力学中，在外力作用下初始静止的线性单自由度体系的位移响应满足 Duhamel 积分 $x(t) = [1/(m\omega_d)] \int_0^t e^{-\zeta\omega(t-T)} \sin \omega_d(t-T) p(T) dT$ ，其中 $x(t)$ 是系统的位移， m 是质量， ζ 是阻尼比， ω 是系统固有频率， $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2} \omega$ ， $p(T)$ 是外力。不少同学不能有效地记住这个至关重要的卷积积分公式。这一公式初看起来很复杂，似乎不容易记住，但其直观物理解（形象化意义）则是十分清晰的：

$x(t) = \int_0^t h(t-T) p(T) dT$ ，这是线性体系叠加原理的表示，其中 $h(t)$ 为单位脉冲响应函数。单位脉冲响应函数的意义是：单自由度体系在单位脉冲下的位移响应。从物理上我们知道，对于有阻尼体系，单位脉冲响应是有阻尼自由衰减振动，其衰减因子与阻尼有关，是 $e^{-\zeta\omega t}$ ，除去衰减因子，其运动是一个简谐振动，自振频率为有阻尼频率，因此，必然是 $A \sin \omega_d t$ 或 $A \cos \omega_d t$ 的形式。因为单位脉冲导致的初始条件是位移为零，速度为 $1/m$ ，因此，只能是 $A \sin \omega_d t$ ，因为初始速度为 1，即 $d(A \sin \omega_d t) / dt |_{t=0} = 1$ ，则必有 $A = 1/(m\omega_d)$ ，从而有 $h(t) = \int_0^t e^{-\zeta\omega t} \sin \omega_d t / (m\omega_d)$ 。从这一过程可见，只要形象化地理解了物理本质，即有阻尼衰减自由振动与叠加原理，就可以十分容易地直接写出单位脉冲响应函数的数学表达，从而进一步根据叠加原理写出 Duhamel 积分的数学表达。换句话说，Duhamel 的数学公式表达是采用（抽象的）数学语言描述一个形象化的物理过程的结果。当然，在这里，有阻尼自由振动本身又是一系列抽象与逻辑推理的结果。因而，上述物理直观是建立在较低层次的抽象

之上的再形象化结果。这就是抽象化结果的再形象化的层级结构。课程教师或导师在课程教学或日常交流讨论中的具体例子,可能令学生长久难忘,逐步领会“再形象化”的奥妙并逐步有意识地自主训练和实践。

4.从认识逻辑思维的基本特征来增强学习高深知识的信心

研究生要具备较深厚的理论基础,而一些较高深的知识往往令人望而却步。实际上,无论看起来怎样困难和抽象的知识或科目,都是具有内在逻辑结构的,因而都是可以循序渐进地完全掌握的。这一事实,是我们有充分信心掌握任何已经成体系的高深知识的客观基础。这与科学研究过程毕竟不同,在科学研究中,缺少这样的必然性。而且,在科学研究中,有些高度抽象的研究结果在其初期难以被人理解和掌握,因而很难被接受和推广。当然,可能的重要原因之一是,由于没有立即看到其价值,人们往往不愿意花时间和精力去理解它。例如,群论在初创时期命运多舛。天才数学家伽罗华论文的价值由于其高度抽象性而被柯西、泊松、高斯和雅可比这样的大数学家所忽视,直到15年后才由刘维尔将其发表出来。今天,群论已然是数学和物理中最重要的工具之一,被数学家和物理学家熟练掌握和广泛应用。对于学习需要较深理论的知识具有畏难情绪的研究生,课程教师或导师首先可从上述角度为其树立坚定的信心。同时,强调和督促研究生展开强大的攻势,投入足够的时间。

在课程教师或导师与研究生学习交流、共同工作过程中,促进研究生通过揣摩和实习,逐步地将形象思维和抽象思维的应用达到“应用之妙、存乎一心”的程度。实际上,这样的状态是形象思维与逻辑思维高度融合,达到融逻辑思维于高级形象思维之中的状态。

五、结语

现代科学技术体系的高度发展,伴随着科学思维的高度发展。把握并有意识地在现代科学技术体系的

掌握与科学研究中灵活运用科学思维,将越来越具有重要的意义。课程教师与导师应促进研究生结合科学史修养、课程学习与科学研究工作,根据自身特点,在实践中掌握科学思维规律,有效地提升学习与科研能力。

参考文献

- [1] HILBERT D. 数学问题[M]. 李文林,袁向东,编译. 大连:大连理工大学出版社,2009.
- [2] 王元,杨德庄. 华罗庚的数学生涯[M]. 北京:科学出版社,2000.
- [3] 卢明森,鲍世行. 钱学森论大成智慧[M]. 北京:清华大学出版社,2014.
- [4] 恩格斯. 自然辩证法[M]. 北京:人民出版社,2018.
- [5] 毛泽东. 实践论[M]//毛泽东选集:第1卷. 北京:人民出版社,1992.
- [6] 小平邦彦. 情者集——数感与数学[M]. 尤斌斌,译. 北京:人民邮电出版社,2017.
- [7] 唐孝威. 意识笔记[M]. 杭州:浙江大学出版社,2018.
- [8] 福井谦一. 学问的创造[M]. 那日苏,译. 石家庄:河北科学技术出版社,2000.
- [9] 苏步青. 数与诗的交融[M]. 天津:百花文艺出版社,2000.
- [10] GIORDA A. 学习的本质[M]. 杭零,译;裴新宁,审校. 上海:华东师范大学出版社,2015.
- [11] 柳怀祖. 李政道文录[M]. 杭州:浙江文艺出版社,1999.
- [12] 冯友兰. 中国哲学史新编[M]. 北京:人民出版社,2001.
- [13] 王浩. 哥德尔[M]. 康鸿逵,译. 上海:上海世纪出版集团译文出版社,2002.
- [14] REID C. 希尔伯特——数学世界的亚历山大[M]. 袁向东,李文林,译. 上海:上海世纪出版集团,2006.
- [15] 诺意曼. 计算机与人脑[M]. 甘子玉,译. 北京:商务印书馆,2001.
- [16] 克莱因. 古今数学思想:第四卷[M]. 上海:上海科学技术出版社,2009.
- [17] 吴文俊. 计算机时代的脑力劳动机械化与数学机械化[J]. 黑龙江大学自然科学学报,2003,20(2):1-9.
- [18] CHEN J B, ZHANG S H. Improving point selection in cubature by a new discrepancy[J]. SIAM journal on scientific computing, 2013, 35(5): A2121-A2149.
- [19] 徐利治. 数学直觉的意义与作用[G]//徐利治. 治学方法与数学教育. 大连:大连理工大学出版社,2018.

(责任编辑 周玉清)